

SUR LA PERFECTION DES VERRES OBIECTIFS DES LUNETTES,

PAR MR. EULER.

I.

Il eſt reconnu parmi les Aſtronomes, que les verres objectifs, dont on ſe ſert ordinairement dans les Lunettes, ont ce défaut, qu'ils produiſent une infinité de foyers, ſelon les differens degrés de refrangibilité des rayons. Les rayons rouges, comme ils ſouffrent la plus petite réfraction en paſſant par le verre, forment leur foyer à une plus grande diſtance du verre, que les rayons violets, dont la réfraction eſt la plus grande. De là vient, que ſi la lumiere, qui paſſe par le verre objectif, eſt compoſée de pluſieurs ſortes de rayons, ce n'eſt plus dans un point que les rayons rompus ſe raſſemblent, comme on ſuppoſe communément dans l'Optique; mais le foyer ſera étendu par quelque eſpace, qui ſera d'autant plus conſidérable, plus le foyer ſera eloigné du verre objectif.

Fig. 1. II. Pour faire ſentir mieux ce défaut des verres optiques, ſoit M N un tel verre quelconque convexe de part & d'autre, & qu'on nomme le rayon de l'arc M A N $= f$, & celui de l'arc M B N $= g$. Soit

Soit de plus $\zeta : \eta$ la raison de réfraction des rayons, qui passent de l'air dans le verre, & posant la distance de l'objet Ee au verre, $EA = a$, la distance du foyer F, ou du lieu, où se forme l'image Ff de l'objet Ee, au verre, c. à. d. la distance BF est trouvée par la theorie de la réfraction $= \frac{\eta a f g}{(\zeta - \eta) a (f + g) - \eta f g}$. Ensuite, si l'on nomme la hauteur de l'objet $Ee = e$, la hauteur de l'image, qui sera renversée, se trouvera $Ff = \frac{\eta e f g}{(\zeta - \eta) a (f + g) - \eta f g}$: puisqu'il y aura $Ff : BF = Ee : AE$. D'où l'on voit que la grandeur de l'image Ff varie dans la meme raison, que la distance BF.

IIII. Divisons le numerateur & le dénominateur par yfg, & la distance du foyer sera

$$BF = \frac{a}{\left(\frac{\zeta}{\eta} - 1\right) a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$$

& cette distance sera constante, tant que la raison de réfraction $\frac{\zeta}{\eta}$ demeurera la même: mais si une partie des rayons suit une autre raison que celle-ci, leur foyer tombera dans un autre point. Pour trouver cette difference, soit Ff l'image de l'objet formée par les rayons d'une nature moyenne, Rr l'image formée par les rayons rouges, & Vv celle des rayons violets. Cela posé, la formule que je viens de donner, nous fournira la distance BF en supposant $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{31}{20}$. Or la distance BR se trouvera en supposant $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{77}{50}$, & la distance BV en supposant $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{78}{50}$.

IV. Nous aurons donc pour les rayons rouges, les moyens & les violets, ces differentes distances de foyers

Pour les rayons rouges $BR = \frac{a}{\frac{27}{50} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$

Pour les rayons moyens $BF = \frac{a}{\frac{11}{20} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$

Pour les rayons violets $BV = \frac{a}{\frac{28}{50} a \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$

Que l'objet Ee ſoit comme infiniment éloigné ou $a = \infty$, pour faire l'application aux obſervations aſtronomiques, & on aura

Pour les rayons rouges $BR = \frac{50}{27} \frac{fg}{(f + g)}$

Pour les rayons moyens $BF = \frac{20}{11} \frac{fg}{(f + g)}$

Pour les rayons violets $BV = \frac{50}{28} \frac{fg}{(f + g)}$.

V. Donc la diſtance BR ſera à la diſtance BV comme 28 à 27; & partant l'eſpace VR, par lequel tous les foyers des differents rayons ſeront disperſés, eſt la vingt-ſeptieme partie de la diſtance entiere BV. Par conſequent pour un verre, qui a ſon foyer à 27 pieds de diſtance, les images formées par les differens rayons rempliront un eſpace d'un pied: d'où il s'enſuit néceſſairement, que ſi le verre oculaire repreſente une de ces images diſtinctement, les autres doivent cauſer une d'autant plus grande confuſion, plus elles ſeront éloignées du foyer de l'oculaire, ou plutot, plus cet éloignement ſera conſidérable par rapport à la diſtance du foyer de l'oculaire, c. à. d. plus l'oculaire ſera petit. De là on comprend aiſément combien grande doit etre la confuſion, ſi l'on ſe ſert des objectifs de 100 & pluſieurs pieds, & on ne ſera plus ſurpris, que de ſi longues lunettes n'ont pas produit l'effet, dont on s'eſt attendu.

VI. Outre

VI. Outre la confusion de la repréſentation, qui eſt inévitable dans ces ſortes de verres optiques, il n'y a aucun doute que cette disperſion du foyer par un eſpace conſidérable, ne ſoit une des principales raiſons, qu'on ne peut pas joindre à un objectif, dont la diſtance du foyer eſt aſſés grande, un oculaire auſſi petit qu'on voudroit, pour en rendre l'augmentation de l'objet d'autant plus grande. Car ſi l'image que l'oculaire doit repréſenter, eſt diffuſe par un eſpace conſidérable, on voit bien qu'un fort petit oculaire eſt tout à fait incapable d'en exciter dans l'œil une ſenſation perceptible, & il eſt bien ſeur, que ſans cet inconvenient, on pourroit avec bien du ſuccés emploier des oculaires beaucoup plus petits, qui grosſiroient l'image conſiderablement davantage.

VII. Puisque la diffuſion du foyer cauſée par la diverſe refrangibilité des rayons, dépend uniquement, comme nous venons de voir, de la diſtance de ce foyer; il eſt imposſible d'y apporter aucun remede par le rapport, qu'on pourroit mettre entre les rayons f & g des deux faces du verre. Tous les verres, ſoit qu'ils ſoient convexes des deux cotés, ou menisces, ſeront également aſſujettis à cet inconvenient: & pourvû que la quantité $\frac{1}{f} + \frac{1}{g}$ ou $\frac{fg}{f+g}$ ait la meme valeur, de laquelle dépend la diſtance du foyer, la diffuſion ſera la même. Et partant plus les lunettes ſeront longues, plus on s'appercevra de ce defaut: ce qui a porté feu Mr. Newton d'abandonner les verres objectifs, & d'introduire à leur place ſes miroirs concaves, dont on ſe ſert à preſent avec tant d'avantage.

VIII. Mais je dois remarquer ici en paſſant une circonſtance importante, que ma formule renferme. C'eſt que ſi $\frac{1}{f} + \frac{1}{g} = o$ ou $g = -f$, la diſtance $BF = \frac{a}{\left(\frac{\zeta}{\eta} - 1\right)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - 1}$ devient invariable, quelque changement que ſubiſſe la raiſon de la

réfraction $\frac{\zeta}{\eta}$. Il eſt bien vrai, que dans ce cas on aura BF = — a & que l'image Ff tombe ſur l'objet Ee, de ſorte qu'un tel verre ne produiroit aucun effet, & les rayons qui paſſeroient par ce verre ne Fig. 2. ſouffriroient aucune réfraction. Cependant puiſque $g = -f$, un tel verre ſera un meniſque MAMNBN, dont la concavité NBN a le meme rayon, que la convexité MAM.

IX. Quoiqu'un tel verre, puiſqu'il transmet les rayons ſans aucune réfraction, ne ſoit d'aucun uſage dans la Dioptrique, il en peut apporter un aſſés grand dans la Catoptrique. Car couvrant la ſurface convexe d'un fond convenable pour en rendre un miroir concave, les rayons qui tomberont ſur ce miroir ſelon la direction de l'axe FA, quoiqu'ils paſſent par le verre, n'en ſouffriront aucune alteration par rapport à leur diverſe réfrangibilité, mais ils repréſenteront l'image dans le foyer F auſſi diſtinctement, que s'ils avoient été réflechis d'un miroir de metal. On trouve cette meme remarque deja dans les Transactions d'Angleterre de ces dernieres années. Mais il ſemble qu'on ne ſe ſoit pas donné aſſés de peine pour mettre cette ſorte de miroirs en uſage, qui ſeroient ſans doute fort préferables à ceux qu'on fait de metal.

X. Mr. Newton a déjà remarqué qu'il s'en faut beaucoup que les miroirs de metal réflechiſſent à proportion autant de rayons, que les verres en transmettent; deſorte que de ce coté-ci les verres retiennent une auſſi grande prérogative, que les miroirs l'emportent ſur eux à l'egard de la diverſe réfrangibilité des rayons: d'où il eſt aiſé de prévoir, que s'il étoit poſſible de délivrer les verres de ce defaut, leur uſage ſurpaſſeroit bien loin celui des miroirs; & on pourroit eſperer de faire à leur aide des decouvertes beaucoup plus importantes. On voit bien qu'on tomberoit dans une pareille perte de rayons, ſi l'on vouloit emploier des objectifs colorés, qui ne transmettroient d'autres rayons que ceux de leur couleur: car la perte de tous les autres rayons deviendroit trop conſiderable, pour qu'on pût ſe contenter du reſte.

XI. C'eſt

XI. C'eſt donc d'une ſource tout à fait differente, que je tacherai de puiſer la perfection des verres objectifs. Mr. Newton a déjà ſoupçonné que des objectifs compoſés de deux verres, dont l'espace entre deux fut rempli d'eau, pourroient ſervir à perfectionner les lunettes par rapport à l'aberration des rayons, qu'ils ſouffrent à cauſe de la figure ſpherique des verres. Mais il ne paroit pas, qu'il eût l'idée, que par ce meme moyen il ſeroit poſſible de rétrecir l'eſpace par lequel les foyers des divers rayons ſe trouvent diſperſés. Or il m'a d'abord paru trés probable, qu'une certaine combinaiſon de quelques differens corps tranſparens pourroit être capable de remedier à cet inconvenient; & je ſuis perſuadé, que dans nos yeux les diverſes humeurs s'y trouvent arrangées en ſorte qu'il n'en réſulte aucune diffuſion du foyer. C'eſt à mon avis un ſujet tout nouveau d'admirer la ſtructure de l'oeil; car s'il n'avoit été queſtion que de repréſenter les images des objets, un ſeul corps tranſparent y auroit été ſuffiſant, pourvu qu'il ait eu la figure convenable; mais pour rendre cet organe tout accompli, il y faloit emploier pluſieurs differens corps tranſparens, leur donner la juſte figure & les joindre ſelon les regles de la plus ſublime Geometrie, pour que la diverſe réfrangibilité des rayons ne troublat point les repréſentations.

XII. Puiſque donc les rayons, qui entrent dans l'oeil, y ſouffrent quatre réfractions, j'en conclus qu'il doit être poſſible d'arranger tellement quatre ſurfaces refringentes, que les foyers de toutes ſortes de rayons conviennent dans un ſeul point, à quelque diſtance que ſe trouve l'objet. Donc pour trouver cet arrangement, je m'en vai conſiderer en general quatre ſurfaces refringentes MAM, NBN, ODO, PCP, qui ſoient ſpheriques ayant leurs centres dans la meme ligne droite EI, qui tiendra lieu de l'axe. Je les ſuppoſerai dabord toutes convexes vers l'objet E, & je nommerai les rayons de MAM $= f$, de NBN $= g$, de OCO $= h$, & de PDP $= k$. Soient outre cela leurs diſtances AB $= b$, B $= c$ & CD $= d$: & de plus la raiſon de réfraction des rayons, qui paſſent par la premiere MAM $= \frac{\zeta}{\eta}$, *Fig. 3.*

de

de ceux qui paſſent par la ſeconde N B N $= \frac{\eta}{\theta}$, par la troiſieme O C O $= \frac{\theta}{\kappa}$, par la quatrieme P D P $= \frac{\kappa}{\lambda}$.

XIII. Nous avons donc ici à conſidérer cinq milieux tranſparens E A, A B, B C, C D & D I, que je ſuppoſe tellement differens entr'eux, que des rayons qui paſſent du premier E A dans le ſecond A B, le ſinus d'incidence ſoit au ſinus de réfraction comme ζ à η; le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction des rayons, qui paſſent du ſecond AB dans le troiſieme BC comme η à θ: le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction des rayons, qui paſſent du troiſieme B C dans le quatrieme C D comme θ à κ; & enfin le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction des rayons qui paſſent du quatrieme C D dans le cinquieme D I comme κ à λ. J'ai choiſi exprés ces expreſſions des loix de réfractions, afinqu'on en puiſſe d'abord tirer la raiſon de la réfraction, lorsque les rayons paſſeroient d'un de ces milieux dans un autre quelconque: ainſi ſi les rayons paſſoient immediatement du premier milieu E A dans le quatrieme CD, le ſinus d'incidence ſeroit au ſinus de réfraction comme ζ à κ: de ſorte que ces lettres ζ, κ θ, κ, λ peuvent êtres regardées, comme ſi elles exprimoient les pouvoirs réfractifs des milieux E A, A B, B C, C D & D I.

XIV. Soit maintenant E *e* l'objet, dont les rayons paſſent par ces cinq milieux differens, & ſoit F *f* l'image de cet objet formée par les rayons aprés la premiere refraction, G *g* l'image formée après la ſeconde réfraction, H *h* celle, que forment les rayons après la troiſieme réfraction, & enfin I *i* l'image, que les rayons repreſentent après avoir ſouffert toutes les quatre réfractions. Pour trouver l'endroit & la grandeur de ces images, on fait que la premiere F *f* tient lieu de l'objet dans la formaton de la ſeconde G *g*, & celle-ci doit être regardée comme l'objet pour trouver la troiſieme H *h*, qui tiendra encore lieu de l'objet pour la derniere I *i*. D'où l'on voit, que quoiqu'il ne s'agiſſe que de déterminer la derniere image I *i*, on eſt pourtant obligé de chercher toutes les precedentes.

Pour

XV. Pour trouver la premiere image F *f*, qui eſt renverſée dans la figure, nommant la diſtance de l'objet E *e* à la premiere ſurface réfringente M A M c. à. d. E A $= a$, on tire des régles de la Dioptrique

$$AF = \frac{\zeta a f}{(\zeta - \eta)\, a - \eta f} \;\&\; Ff = -\frac{\eta}{\zeta} \cdot \frac{AF}{EA} \cdot Ee$$

Soit à preſent F B $= b - \dfrac{\zeta a f}{(\zeta - \eta)\, a - \eta f} = v$, & v ſera la diſtance de l'objet F *f* à la ſeconde ſurface N B N, dont la raiſon de réfraction étant $\eta : \theta$ on aura par les memes régles

$$BG = \frac{\eta v g}{(\eta - \theta)\, v - \theta g} \;\&\; Gg = \frac{\theta}{\eta} \cdot \frac{BG}{FB} \cdot Ff$$

Soit G C $= c - \dfrac{\eta v g}{(\eta - \theta)\, v - \theta g} = x$ & on trouvera

$$CH = \frac{\theta x h}{(\theta - \varkappa)\, x - \varkappa h} \;\&\; Hb = \frac{\varkappa}{\theta} \cdot \frac{CH}{GC} \cdot Gg$$

Enfin mettant H D $= d - \dfrac{\theta x h}{(\theta - \varkappa)\, x - \varkappa b} = y$, on obtiendra

$$DI = \frac{\varkappa y k}{(\varkappa - \lambda)\, y - \lambda k} \;\&\; Ii = \frac{\lambda}{\varkappa} \cdot \frac{DI}{HD} \cdot Hb$$

Cette derniere image ſera donc debout, ſi la valeur trouvée $\frac{\lambda}{\varkappa} \cdot \frac{DI}{HD} \cdot Hb$ ſe trouvera poſitive, mais en cas qu'elle devienne negative, ce ſera une marque que l'image eſt renverſée.

XVI. On voit bien que ces dernieres expresſions trouvées pour D I & I *i* deviendroient extremement compliquées, ſi l'on vouloit remettre ſucceſſivement pour y, x & v leurs valeurs. Mais puisque je borne mes recherches à trouver des corps réfringens propres à etre emploiés dans les lunettes, l'épaiſſeur A D peut etre regardée ſi petite

tite, qu'elle ſera comme rien par rapport aux autres quantités qui entrent dans nos formules. Je ſuppoſerai donc $b = o$, $c = o$ & $d = o$, & j'aurai

$$FB = v = -AF;\ BG = \frac{\eta g.\ AF}{(\eta-\theta)AF + \theta g};\ Gg = -\frac{\theta}{\eta}.\frac{BG}{AF}.Ff$$

$$GC = x = -BG;\ CH = \frac{\theta h.\ BG}{(\theta-\varkappa)BG + \varkappa h};\ Hh = -\frac{\varkappa}{\theta}.\frac{CH}{BG}.Gg$$

$$HD = y = -CH;\ DI = \frac{\varkappa k.\ CH}{(\varkappa-\lambda)CH + \lambda k};\ Ii = -\frac{\lambda}{\varkappa}.\frac{DI}{CH}.Hh$$

D'où nous tirerons d'abord $Ii = -\frac{\lambda}{\eta}.\frac{DI}{AF}.Ff$, & puisque $Ff = \frac{\eta}{\zeta}.\frac{AF}{EA}.Ee$, il ſera $Ii = -\frac{\lambda}{\zeta}.\frac{DI}{EA}.Ee$. Et partant l'image Ii ſera renverſée, pourvû qu'elle tombe derriére la derniere ſurface PDP.

XVII. Remettons ſucceſſivement les valeurs de AF, BG & CH, & puisque $AF = \frac{\zeta a f}{(\zeta-\eta)a - \eta f}$, nous aurons

$$BG = \frac{\zeta\eta a f g}{\zeta(\eta-\theta)af + \theta(\zeta-\eta)ag - \eta\theta f g}$$

$$CH = \frac{\zeta\eta\theta a f g h}{\zeta\eta(\theta-\varkappa)afg + \zeta\varkappa(\eta-\theta)afh + \theta\varkappa(\zeta-\eta)agh - \eta\theta\varkappa fgh}$$

$$DI = \frac{\zeta\eta\theta\varkappa a f g h k}{\zeta\eta\theta(\varkappa-\lambda)afgh + \zeta\eta\lambda(\theta-\varkappa)afgk + \zeta\varkappa\lambda(\eta-\theta)afhk + \theta\varkappa\lambda(\zeta-\eta)aghk - \eta\theta\varkappa\lambda fghk}$$

ou bien

$$DI = \frac{\zeta\eta\theta\varkappa a f g h k}{\zeta\eta\theta\varkappa afgh + \zeta\eta\theta\lambda afg(k-h) + \zeta\eta\varkappa\lambda afk(h-g) + \zeta\theta\varkappa\lambda ahk(g-f) - \eta\theta\varkappa\lambda ghk(a+f)}$$

Fig. 4. XVIII. Pour approcher davantage de mon deſſein : Soit MPPM notre objećtif compoſé de deux verres MMNN & OOPP, entre leſquels l'eſpace NNOO ſoit rempli d'eau. L'objet Ee ſe trouve

ſe trouve dans l'air, de meme que l'image Ii, que je repreſente à l'envers. Donc puisque le premier milieu EA & le dernier DI ſont de meme nature, il y aura $\lambda = \zeta$, & puisque le ſecond AB & le quatrieme CD ſont de verre, il y aura $\varkappa = \upsilon$. D'où notre formule trouvée ſe changera en celle-cy:

$$DI = \frac{\upsilon\,\theta\,a\,f\,g\,h\,k}{\zeta\eta\iota fk(h-g) + \zeta\theta a(fgk - fgh + ghk - fhk) + \eta\theta gh(af - ak - fk)}$$

Diviſons le numerateur & le dénominateur par $\upsilon\theta fgbk$ pour obtenir

$$DI = \frac{a}{\frac{\zeta}{\theta}a\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + \frac{\zeta}{\eta}a\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{k} + \frac{1}{f} - \frac{1}{g}\right) + \left(\frac{a}{k} - \frac{a}{f} - 1\right)}$$

& puisque $Ii = \frac{DI}{a}$. Ee, nous aurons

$$Ii = \frac{Ee}{\frac{\zeta}{\theta}a\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + \frac{\zeta}{\eta}a\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) + \left(\frac{a}{k} - \frac{a}{f} - 1\right)}$$

XIX. Dans ces formules il n'y a que les deux fractions $\frac{\zeta}{\eta}$ & $\frac{\zeta}{\theta}$, qui dépendent de la loi de réfraction; la premiere $\frac{\zeta}{\eta}$ exprimant la raiſon de réfraction de l'air dans le verre, & l'autre $\frac{\zeta}{\theta}$ celle de l'air dans l'eau: Donc ſi les réfractions ſont variables, il n'y aura que ces deux fractions qui en ſubiſſent quelque changement. Suppoſons la raiſon de réfraction de l'air dans le verre $\frac{\zeta}{\eta} = m$ & celle de l'air dans l'eau $\frac{\zeta}{\theta} = n$, pour avoir

DI =

$$DI = \frac{a}{na\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + ma\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) - a\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} - \frac{1}{k}\right)}$$

$$\&\ Ii = \frac{E\,e}{na\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + ma\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) - a\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} - \frac{1}{k}\right)}$$

ou bien en divisant par a en haut & en bas.

$$DI = \frac{1}{n\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + m\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k}}$$

$$Ii = \frac{E\,e : a}{n\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + m\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k}}$$

XX. Que m soit ici la raison de réfraction de l'air dans le verre des rayons moyens, & n celle de l'air dans l'eau aussi des rayons moyens, de sorte que $m = \frac{31}{20}$ & $n = \frac{4}{3}$. Mais pour les rayons rouges soit la raison de réfraction de l'air dans le verre $= M$, & de l'air dans l'eau $= N$; or pour les rayons violets soient ces raisons μ & ν. Et il est clair que la diverse réfrangibilité des rayons ne changera rien, ni dans le lieu de l'image, ni dans sa grandeur, s'il étoit possible de déterminer les rayons des quatres surfaces spheriques f, g, b, k en sorte qu'il y eut :

$$n\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + m\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) = N\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + M\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right)$$

$$= \nu\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + \mu\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right)$$

ou bien :

$$(n - N)\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + (m - M)\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) = 0$$

& $(\nu - n)$

$$\& \ (\nu - n)\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + (\mu - m)\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) = 0$$

XX. Mais puisque nous supposons que les rayons, pour lesquels nous avons posé les raisons de réfraction m & n sont d'une nature précisement moyenne entre les rouges & les violets, il y aura $n - N = \nu - n$ & $m - M = \mu - m$; & partant il suffira pour mon dessein de satisfaire à cette seule équation :

$$(n-N)\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + (m-M)\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) = 0$$

Il ne reste donc plus pour parvenir à mon but, que de déterminer generalement la raison de réfraction des rayons rouges, en sachant celle des rayons moyens, ou bien de trouver, quelles fonctions seront les quantités M & N de celles-cy m & n, que je suppose données.

XXII. Il y a plusieurs circonstances, qui déterminent le rapport entre les quantités m & M, de meme qu'entre n & N. Or d'abord il est evident que N doit etre une fonction toute semblable de n, que M est de m. En second lieu, il est clair que si $m = 1$, il faut qu'il soit également $M = 1$, puisque dans ce cas les deux milieux deviennent égaux, de sorte qu'il n'y aura point de réfraction. Troisiémement, il faut remarquer, que si au lieu de m on met $\frac{1}{m}$, la fonction M doit se changer en $\frac{1}{M}$; car ce cas est pour le retour des rayons du second milieu dans le premier, qui se fait dans le meme chemin, que le passage du premier dans le second. Et enfin si pour m on mettoit mn, la valeur de M doit devenir $= MN$: d'où il s'ensuit en géneral que si l'on pose $n = m^{\alpha}$, il sera $N = M^{\alpha}$. Donc connoissant m, M & n, on trouvera $\alpha = \frac{l\,n}{l\,m}$ & de là $N = M^{\alpha}$.

XXIII. Puis-

XXIII. Puisque donc dans notre cas nous avons $m = \frac{31}{20}$, $n = \frac{4}{3}$ & $M = \frac{77}{50}$, nous trouverons $\alpha = \frac{l\,n}{l\,m} = \frac{1249387}{1903317}$ $= 0,\,656426$, & enfin $N = M^{\alpha} = 1,\,32768$. De là il sera $m - M$ $= 0,\,01000$, & $n - N = 0,\,00565$, d'où nous obtiendrons cette équation $566\,(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + 1000\,(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) = 0$, qui se reduit à celle-ci

$$1000\,(\frac{1}{f} - \frac{1}{k}) = 435\,(\frac{1}{g} - \frac{1}{h})$$

Donc notre dénominateur commun de DI & Ii étant

$n\,(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) + m\,(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} + \frac{1}{h} - \frac{1}{k}) - \frac{1}{a} - \frac{1}{f} + \frac{1}{k}$ ou

$(m-1)\,(\frac{1}{f} - \frac{1}{k}) - (m-n)\,(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) - \frac{1}{a}$, il se changera en

$0,5500\,(\frac{1}{f} - \frac{1}{k}) - 0,\,2167\,(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) - \frac{1}{a}$ & à cause de

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{k} = 0,\,435\,(\frac{1}{g} - \frac{1}{h})$$

il deviendra $= 0,\,02258\,(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}) - \frac{1}{a}$

XXIV. Voici donc un objectif M P P M composé de deux menisques de verre M N N M & O P P O, entre lesquelles l'espace N O O N est rempli d'eau, qui rassemblera tous les rayons, de quelque degré de réfrangibilité qu'ils soyent, qui viennent de l'objet E e, dans la même image I i. Pour construire cet objectif, en posant les rayons des quatre surfaces spheriques M A M, N B N, O C O, P D P $= f,\ g,\ h,$ & k, on n'aura qu'à les prendre ensorte, qu'il soit:

$\frac{1}{f}$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{k} = 0,435 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right)$$

& alors nommant la distance de l'objet E *e* à cet objectif, E A = *a*, la distance de l'image renversée formée apres l'objectif sera

$$D\,I = \frac{a}{0,02258\, a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) - 1}$$

& la quantité de cette image sera

$$I\,i = \frac{E\,e}{0,02258\, a \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) - 1}$$

XXV. Pour rendre la détermination des rayons des quatre sphericités plus aisée, supposons

$$0,02258 \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) = \alpha \left(\frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) = \frac{1}{r}$$

& on aura:

$$\frac{0,02258}{0,435} \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k}\right) = \beta \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{k}\right) = \frac{1}{r}$$

Qu'on prenne $\frac{1}{g} = \frac{n + 1 : 2\alpha}{r}$, $\frac{1}{h} = \frac{n - 1 : 2\alpha}{r}$

& $\frac{1}{f} = \frac{m + 1 : 2\beta}{r}$, $\frac{1}{k} = \frac{m - 1 : 2\beta}{r}$

Or ayant $\frac{1}{2\alpha} = 22,1435$ & $\frac{1}{2\beta} = 9,6324$

en prenant pour *m* & *n* à volonté des nombres quelconques, on fera

$$f = \frac{r}{m + 9,6324}$$

$$g = \frac{r}{n + 22,1435}$$

h =

$$h = \frac{r}{n - 22,1435}$$

$$k = \frac{r}{m - 9,6324}.$$

& on aura:

$$DI = \frac{ar}{a - r} \ \& \ Ii = \frac{r . Ee}{a - r}$$

Donc ſi l'objet eſt ſuppoſé etre éloigné à l'infini, la diſtance D I deviendra $= r$, de ſorte que r exprime la diſtance du foyer de notre objectif.

XXVI. Puisqu'on peut prendre pour m & n des nombres à volonté, les formules trouvées nous fourniront une infinité d'objectifs, qui auront la même diſtance de foyer r, & qui ſeront délivrés tous de la diffuſion du foyer, à laquelle les objectifs ordinaires ſont aſſujettis. Le cas le plus ſimple paroit réſulter, ſi l'on met $m = 9,6324$ & $n = 22,1435$. Car alors les deux dernieres faces O O & P P deviendront planes, ou le verre O P P O ſera plan de ſes deux cotés. Mais l'autre verre M N N M reſtera un meniſque, dont le rayon de la convexité M A M doit etre

$$f = \frac{r}{19,2648} = \frac{15}{289} r$$

& celui de la concavité N B N

$$g = \frac{r}{44,2870} = \frac{7}{310} r$$

Ou ſi l'on met la diſtance du foyer $r = 10000$, il y aura $f = 519,08$ & $g = 225,80$. La forme de cet objectif eſt repreſentée dans la figure 5. Fig. 5.

XXVII. Suppoſons $m = 0$ & $n = 0$, & que la diſtance du foyer demeure $r = 10000$, & il ſera

$f = 1038,16$; $g = 451,60$; $h = -451,60$; $k = -1038,16$

où les deux dernieres faces deviendront concaves vers l'objet, & l'objectif ſera compoſé de deux meniſques egaux, & ſemblables à celui

celui qui a été trouvé dans le §. précedent. La fig. 6 represente la forme cet objectif. Ici il est trés remarquable, que quoiqu'on demande un objectif, dont la distance du foyer soit fort grande, les rayons des sphericités deviennent trés mediocres; comme si dans ce dernier cas on vouloit que la distance du foyer fût de 100 pieds, les rayons des sphericités ne seront que de $10\frac{1}{3}$ & $4\frac{1}{2}$ pieds, par où il semble que l'execution de ces objectifs doit etre beaucoup plus aisée que des ordinaires. Fig. 6.

XXVIII. On voit que dans ce dernier cas, si l'on met au lieu du menisque O P P O un verre plat de deux cotés, on obtiendra un objectif, dont la distance du foyer sera $=$ 20000, ou double de la premiere. Tout revient donc dans ces deux cas à la proportion entre les rayons f & g, qui doit etre comme 1038, 16 à 451, 60: de sorte que $f = \frac{103816}{45160} g$, & alors la distance du foyer sera $= \frac{100000}{4516} g$. Comme pour les Ouvriers il sera souvent à propos de donner la raison entre f & g dans les plus petits nombres entiers, qui approchent autant qu'il est possible de la veritable raison, je joindrai ici les valeurs de f & g exprimées dant les plus petits nombres entiers.

k ou $f =$	5,	7,	9,	16,	23,	39,	62,	85,	108,	131,	154,	177,	200
h ou $g =$	2,	3,	4,	7,	10,	17,	27,	37,	47,	57,	67,	77,	87
Dist. du foyer $=$	44,	66,	89,	155,	221,	376,	598,	819,	1041,	1262,	1485,	1705,	1926

Si ces nombres sont pris pour marquer des pouces, les derniers donneront un objectif de 1926 pouces de foyer, s'il est convexe de deux cotés; mais si on le fait plan d'un coté, la distance du foyer deviendra double $=$ 3853 ou de 321 pieds.

XXIX. Je dois encore remarquer, qu'il n'est pas absolument nécessaire de se tenir trop soigneusement à la proportion qui a été trouvée, & qu'on s'en peut ecarter un peu, sans que la diffusion devienne considerable. On s'en asseurera aisement par le calcul d'un exemple: car soit $f = 9$, $g = 4$, $b = \infty$ & $k = \infty$, qui

ſont des valeurs, qui different encore notablement des vrayes; & ſi la diſtance de l'objet a eſt infinie, on trouvera la diſtance du foyer des rayons moyens

$$DI = \frac{36}{9n - 5m - 4} = 144$$

& la diſtance du foyer des rayons rouges

$$DI = \frac{36}{9N - 5M - 4} = 144,578$$

Donc ſi ces nombres marquent des pouces, la diſtance entre les foyers rouges & violets ſera $= 1,156$ pouces, pendant que dans un objectif ordinaire de 144 pouces de foyer cette diſtance ſeroit $= 5,23$, ou preſque cinq fois plus grande. Or en general ſi $b = \infty$, & $k = \infty$ & qu'on mette la diſtance du foyer $r = \frac{fg}{nf - m(f-g) - g}$ $= \frac{fg}{0,5500g - 0,2144f}$ la diſtance entre les foyers rouges & violets ſe trouvera $= \frac{2rr}{fg}(0,00565f - 0,01000(f-g))$ $= \frac{2rr}{fg}(0,01000g - 0,00435f)$.

XXX. La proportion que je viens de trouver entre les rayons f & g, dépend des loix de réfraction de l'air dans le verre, & de l'air dans l'eau, dont j'ai ſuppoſé celle-là $m = \frac{31}{20}$, & celle-ci $n = \frac{4}{3}$, pour les rayons moyens. Donc s'il arrivoit, que ces valeurs ne fuſſent pas trop juſtes, la proportion trouvée entre f & g demanderoit quelque changement. C'eſt pourquoi, afin que mes determinations ne ſoyent pas attachées à ces hypotheſes de m & de n, je m'en vais rendre la ſolution plus génerale. Or pour faciliter le calcul, je ſuppoſerai d'abord $b = \infty$ & $k = \infty$, puiſque de ce cas on tire aiſément celui où $b = -g$ & $k = -f$, & la diſtance du foyer devient la moitié de la precedente. Donc ſi l'on met auſſi la diſtance

distance de l'objet $a = \infty$, nous aurons la distance du foyer des rayons moyens

$$DI = \frac{1}{\frac{n}{g} + \frac{m}{f} - \frac{m}{g} - \frac{1}{f}} = \frac{fg}{(m-1)g - (m-n)f}$$

& cette distance se reduira à la moitié, si au lieu de $b = \infty$ & $k = \infty$ on met $b = -g$ & $k = -f$.

XXXI. Soit maintenant M la raison de réfraction de l'air dans le verre pour les rayons d'une autre nature quelconque, & N la raison de réfraction de l'air dans l'eau pour les mêmes rayons: & la distance du foyer de ces rayons sera $DI = \frac{fg}{(M-1)g-(M-N)f}$.

Donc pour que ce foyer tombe dans le precedent, il faut qu'il soit $(M-1)g - (M-N)f = (m-1)g - (m-n)f$, ou bien

$$(N-n)f = (M-m)(f-g).$$

Or nous avons vu, que si $n = m^{\alpha}$, il doit y avoir $N = M^{\alpha}$, ou puisque $\alpha = \frac{ln}{lm}$ on aura $N = M^{ln:lm}$ ou $lN = \frac{ln}{lm}\, lM$: c. à. d. $lm : ln = lM : lN$.

XXXII. Puisque nous savons que les differences entre M & m de même qu'entre N & n sont trés petites, il sera permis de mettre $M = m + dm$ & $N = n + dn$ & cette supposition donnera $lm : ln = l(m+dm) : l(n+dn)$. Or il y a $l(m+dm) = lm + \frac{dm}{m}$ & $l(n+dn) = ln + \frac{dn}{n}$, de sorte que $\frac{dm}{m}\, ln = \frac{dn}{n}\, lm$ ou $dn = \frac{n\, ln}{m\, lm}\, dm$. Donc puisqu'il doit etre $f\,dn = (f-g)\,dm$, on aura

$$f : f-g = m\,lm : n\,ln.$$
$$\& \; f : g = m\,lm : m\,lm - n\,ln.$$

Et mettant cette proportion entre f & g, la distance du foyer de

 tous

tous les rayons sera pour les objectifs plano-convexes D I $= \frac{fg}{(m-1)g-(m-n)f}$.

XXXII. Tout revient donc à l'invention des valeurs $m\,l\,m$ & $n\,l\,n$, en donnant aux lettres m & n des valeurs convenables, desorte que si l'on met $m = \frac{31}{20} = 1,55$ & $n = 1,3333$ on trouvera les solutions précedentes. Or puisque ces valeurs ne sont pas peut-etre justes à la derniere rigueur, & afin qu'on puisse mieux faire l'application de ces formules, aussi en cas qu'on voulut employer d'autres matieres transparentes, qui ont d'autres loix de réfraction; je joindrai ici une table qui exprime les valeurs de la formule $x\,l\,x$, en donnant à x toutes les valeurs intermediaires entre 2,00 & 1,00: de laquelle il sera aisé de trouver les valeurs de $m\,l\,m$ & $n\,l\,n$, en donnant à m & n des valeurs quelconques comprises entre 1 & 2.

x	x l x	x	x l x	x	x l x	x	x l x
1, 00	0,000000	1, 25	0,121138	1,50	0,264137	1,75	0,425316
	4365		5330		6119		6748
1, 01	0,004365	1, 26	0,126468	1,51	0,270256	1,76	0,432100
	4407		5364		6148		6810
1, 02	0,008772	1, 27	0,131832	1,52	0,276404	1,77	0,438910
	4450		5398		6175		6835
1, 03	0,013222	1, 28	0,137230	1,53	0,282579	1,78	0,445745
	4493		5432		6204		6860
1, 04	0,017715	1, 29	0,142662	1,54	0,288783	1,79	0,452605
	4534		5464		6231		6885
1, 05	0,022249	1, 30	0,148126	1,55	0,295014	1,80	0,459490
	4575		5497		6259		6909
1, 06	0,026824	1, 31	0,153623	1,56	0,301273	1,81	0,466399
	4617		5531		6288		6932
1, 07	0,031441	1, 32	0,159154	1,57	0,307561	1,82	0,673331
	4657		5565		6316		6056
1, 08	0,036098	1, 33	0,164719	1,58	0,313877	1,83	0,480287
	4697		5599		6344		6979
1, 09	0,040795	1, 34	0,170318	1,59	0,320221	1,84	0,487266
	4737		5632		6371		7002
1, 10	0,045532	1, 35	0,175950	1,60	0,326592	1,85	0,494268
	4777		5663		6398		7026
1, 11	0,050309	1, 36	0,181613	1,61	0,332990	1,86	0,501294
	4815		5695		6425		7049
1, 12	0,055124	1, 37	0,187308	1,62	0,339415	1,87	0,508343
	4854		5726		6451		7073
1, 13	0,059978	1, 38	0,193034	1,63	0,345866	1,88	0,515416
	4893		5757		6478		7096
1, 14	0,064871	1, 39	0,198791	1,64	0,352344	1,89	0,522512
	4931		5788		6504		7120
1, 15	0,069802	1, 40	0,204579	1,65	0,358848	1,90	0,529632
	4969		5820		6530		7143
1, 16	0,074771	1, 41	0,210399	1,66	0,365378	1,91	0,536775
	5006		5850		6557		7165
1, 17	0,079777	1, 42	0,216249	1,67	0,371935	1,92	0,543940
	5044		5881		6583		7187
1, 18	0,084821	1, 43	0,222130	1,68	0,378518	1,93	0,551127
	5080		5912		6610		7209
1, 19	0,089901	1, 44	0,228042	1,69	0,385128	1,94	0,558336
	5116		5942		6637		7231
1, 20	0,095017	1, 45	0,233984	1,70	0,391765	1,95	0,565567
	5153		5971		6662		7254
1, 21	0,100170	1, 46	0,239955	1,71	0,398427	1,96	0,572821
	5189		6001		6686		7277
1, 22	0,105359	1, 47	0,245956	1,72	0,405113	1,97	0,580098
	5224		6031		6710		7299
1, 23	0,110583	1, 48	0,251987	1,73	0,411823	1,98	0,587397
	5260		6060		6734		7321
1, 24	0,115843	1, 49	0,258047	1,74	0,418557	1,99	0,594718
	5295		6090		6759		7342
1, 25	0,121138	1, 50	0,264137	1,75	0,425316	2,00	0,602060

XXXIII. Cette Table fervira donc à trouver d'abord le rapport entre les rayons des courbures f & g, quelle que foit la loi de réfraction de l'air dans les deux milieux, dont on veut compofer l'objectif: & cette proportion entre f & g fera propre, tant pour les objectifs plans d'un coté, que pour ceux qui font compofés de deux pieces femblables. La raifon moyenne de réfraction de l'air dans le verre femble affés exactement établie comme 31 à 20, deforte que $m = 1, 55$ & $m\, l\, m = 0, 295014$. Pour la réfraction de l'air dans l'eau, Mr. Newton a aussi trouvé cette valeur $n = \frac{529}{396} = 1, 3358$, d'où l'on tire par interpolation $n\, l\, n = 0, 167955$, & partant on aura $f : g = 295014 : 127059$, dont les raifons les plus approchantes font en moindres nombres

$$\frac{f}{g} = \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \frac{16}{7}, \frac{23}{10}, \frac{30}{13}, \frac{37}{16}, \frac{44}{19}, \frac{51}{22}, \frac{58}{25}, \frac{65}{28}, \frac{72}{31}, \frac{137}{59}$$

d'où l'on voit que la raifon 10 : 23 pourra etre employée ausſi bien dans cette hypothefe que dans la precedente. Donc fi $f = \frac{23}{10} g$, nous aurons pour les objectifs plano-convexes la diftance du foyer $= \frac{23}{0, 5734} g = 40 \frac{1}{9} g$ & pour les convexes elle fera $= 20 \frac{1}{18} g$.

XXXIV. On pourra bien négliger cette petite fraction $\frac{1}{18}$, deforte que la diftance du foyer devienne $= 20\, g$ pour les objectifs convexo-convexes; & réciproquement la diftance du foyer étant donneé $= c$, on en trouvera aifément le rayon des deux convexités f, & le rayon des deux concavités g; car il y aura $g = \frac{c}{20}$ & $f = \frac{23}{200}\, c$, d'où j'ai formé la Table fuivante, qui exprime ces rayons f & g pour chaque diftance de foyer donnée en pouces, où je fuppofe le pouce divifé en 100 parties égales.

Table

Table des Objectifs convexo-convexes Fig 6. la diſtance du foyer étant donnée.

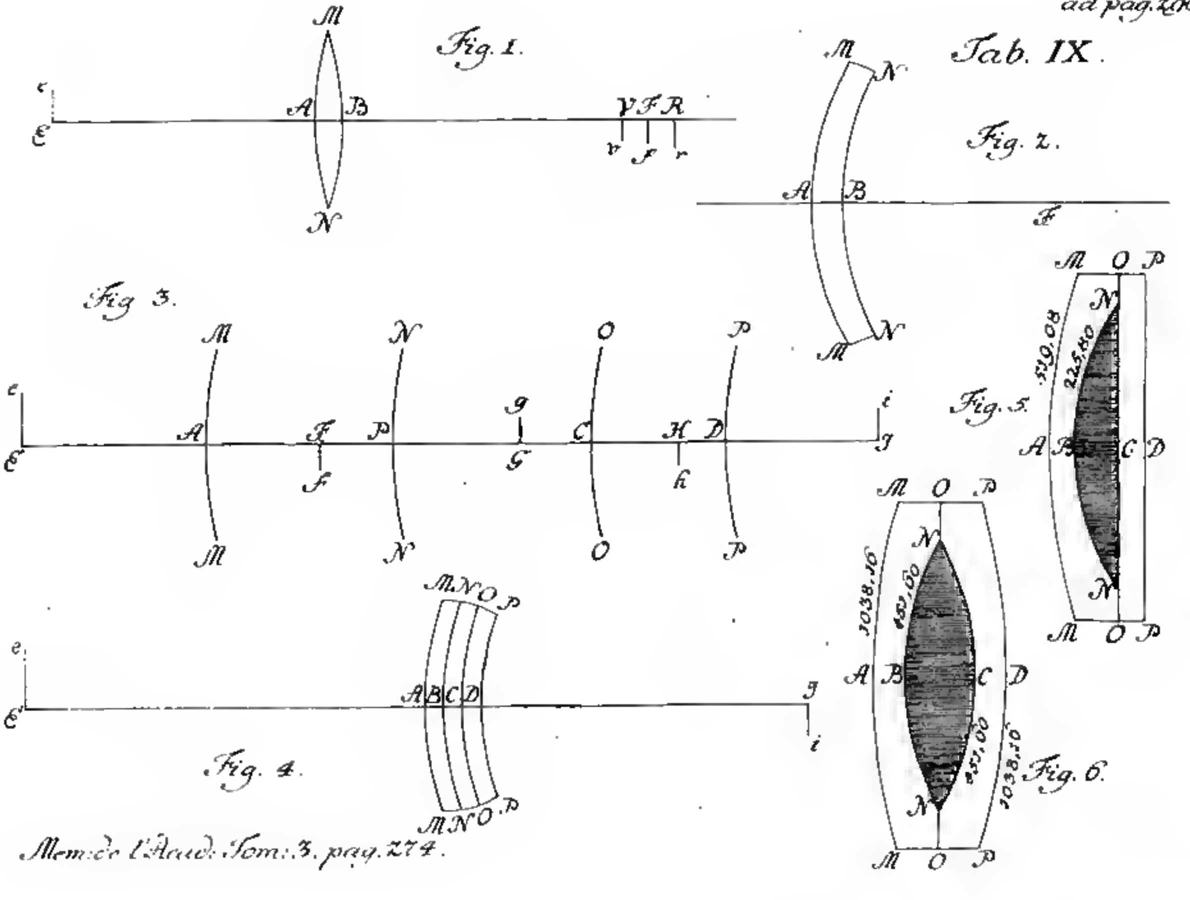
Diſtance du Foyer en Pouces	Rayon des Convexites M A M, P D P	Rayon des Concavites N B N, N C N	Diſtance du Foyer en Pouces	Rayon des Convexités M A M, P D P	Rayon des Concavites N B N, N C N
1	0, 11½	0, 05	50	5, 75	2, 50
2	0, 23	0, 10	55	6, 31½	2, 75
3	0, 34½	0, 15	60	6, 90	3, 00
4	0, 46	0, 20	65	7, 47½	3, 25
5	0, 57½	0, 25	70	8, 05	3, 50
6	0, 69	0, 30	75	8, 62½	3, 75
7	0, 80½	0, 35	80	9, 20	4, 00
8	0, 92	0, 40	85	9, 77½	4, 25
9	1, 03½	0, 45	90	10, 35	4, 50
10	1, 15	0, 50	95	10, 92½	4, 75
11	1, 26½	0, 55	100	11, 50	5, 00
12	1, 38	0, 60	110	12, 65	5, 50
13	1, 49½	0, 65	120	13, 80	6, 00
14	1, 61	0, 70	130	14, 95	6, 50
15	1, 72½	0, 75	140	16, 10	7, 00
16	1, 84	0, 80	150	17, 25	7, 50
17	1, 95½	0, 85	160	18, 40	8, 00
18	2, 07	0, 90	170	19, 55	8, 50
19	2, 18½	0, 95	180	20, 70	9, 00
20	2, 30	1, 00	190	21, 85	9, 50
22	2, 53	1, 10	200	23, 00	10, 00
24	2, 76	1, 20	220	25, 30	11, 00
26	2, 99	1, 30	240	27, 60	12, 00
28	3, 22	1, 40	260	29, 90	13, 00
30	3, 45	1, 50	280	32, 20	14, 00
35	4, 02½	1, 75	300	34, 50	15, 00
40	4, 60	2, 00	350	46, 00	17, 50
45	5, 17½	2, 25	400	51, 75	20, 00

XXXV. En employant ces objectifs au lieu des ordinaires, le premier & le principal avantage qu'on en tirera, sera, que tous les objets en seront representés beaucoup plus distinctement ; puisque toutes les images formées par les rayons de quelque degté de réfrangibilité qu'ils soient, se rëunissent dans une seule, de sorte que toute la confusion, à laquelles les lunettes ordinaires sont assujetties, doit evanouïr tout à fait. En second lieu, ces objectifs pourront etre travaillés avec moïns de peine que les ordinaires, puisque les rayons des courbures sont beaucoup plus petits. Car pour former un objectif ordinaire de 400 pouces de foyer, il faut que le rayon de ses deux convexités soit à peu prés de 400 pouces ; au lieu que pour un objectif de notre façon de la meme distance de foyer, on n'a besoin que de deux courbures, dont les rayons sont de $51\frac{3}{4}$ & de 20 pouces. Outre cèla, quand on joint un tel menisque avec un verre plan des deux cotés on aura un objectif, dont la distance du foyer sera de 800 pouces.

XXXVI. Mais le plus grand avantage de ces nouveaux objectifs consistera en ce qu'on les pourra combiner avec de beaucoup plus petits oculaires, & par ce moyen on obtiendra une multiplication si grande qui surpasse bien loin celle dont les plus grandes lunettes ordinaires sont capables. C'est de ce point que dépend le principal avantage des tubes Newtoniens & Gregoriens, dans lesquels on est en état de combiner avec un miroir de plusieurs pieds un oculaire d'une ou de deux lignes. De là je conclus, que si un objectif, dont je viens de dnnner la description, sera bien executé, on y pourra joindre des aussi petits oculaires, qui seront capables de produire une augmentation de la grandeur apparente de l'objet, plus de mille fois plus grande ; car notre objectif de 200 pouces, étant joint à un oculaire d' $\frac{1}{10}$ pouce augmentera les objets deux mille fois. Ici je suppose, qu'il n'y ait la moindre diffusion dans le foyer de l'objectif, & que l'image y soit si nette que celle d'un miroir de metal ; mais quand meme la figure des verres ne seroit pas executée à la derniere rigueur, & que meme tous les foyers des differens rayons ne tomberoient pas dans un seul point, la diffusion sera pourtant toujours beaucoup plus petite qu'à l'ordinaire, & par consequent on y pourra emploier des oculaires assès petits, pour produire une augmentation considérablement plus grande.

OBSER-

Tab. IX.


Fig. 1.
M
A
B
N
e
E
V F R
v f r
Fig. 2.
M
N
A
B
F
N
M
Fig. 3.
M
N
O
P
e
E
A
F
f
P
g
G
C
H
D
h
i
I
M
N
O
P
Fig. 4.
M N O P
e
E
A B C D
I
i
M N O P
Fig. 5.
M O P
N
519,08
225,80
A B C D
N
M O P
Fig. 6.
M O P
N
1038,10
451,60
A B C D
451,00
1038,10
N
M O P